

Area matematica



1. Significato e finalità formative

La matematica propone modi di pensare e di agire, situazioni e linguaggi che oggi incidono profondamente su tutte le dimensioni della vita quotidiana, sia individuale sia collettiva, consentendo di interpretare e valutare in modo critico le informazioni sempre più numerose e complesse offerte dalla società e di esercitare la propria appartenenza alla cittadinanza attraverso decisioni coscienti e motivate.

Nella scuola, la matematica è chiamata a fornire le risorse necessarie per affrontare con successo situazioni sia concrete, attinenti alla vita quotidiana, sia più astratte, attraverso la capacità di **descrivere scientificamente il mondo tramite la matematizzazione e la modellizzazione dei fenomeni che lo caratterizzano**. In particolare contribuisce a:

- sviluppare le capacità di critica e di giudizio, di intuizione e creatività;
- saper affrontare situazioni di incertezza;
- comunicare e argomentare le proprie affermazioni;
- sviluppare l'attitudine ad ascoltare, comprendere e valorizzare argomentazioni e punti di vista diversi dai propri per poi farli agire in modo costruttivo con quelli personali;
- favorire atteggiamenti adeguati a sviluppare forme di cooperazione e di integrazione sociale.

Per favorire tali risorse, **l'insegnamento della matematica deve avvenire in modo tale che gli apprendimenti formali acquistino senso, innescandosi su quelli informali così da creare un legame con la realtà esterna alla scuola**. In tal modo si contribuisce anche a sviluppare negli allievi un **atteggiamento positivo nei confronti di questa disciplina**.

L'insegnamento della matematica deve dunque portare il più possibile ogni allievo a provare curiosità, ad aver voglia di saperne di più, a porsi domande alle quali cercherà in ogni modo di rispondere, a dare prova di intraprendenza, a operare tentativi, a individuare strategie risolutive, a verificare le proprie congetture al fine di **sviluppare negli allievi aspetti di competenza matematica che permettano loro di vedere, interpretare e comportarsi nel mondo anche in senso matematico**. Tali competenze devono coinvolgere la disponibilità affettiva ed emotiva a fare uso delle proprie conoscenze e abilità per valutarne la pertinenza nel proprio contesto di vita, il desiderio di comunicarle, di migliorarle e di conseguenza di aumentare il proprio bagaglio matematico.

La costruzione di competenze matematiche per un allievo rappresenta un percorso a spirale nel quale quanto appreso in precedenza viene riaffrontato, collegato con altri saperi e altre esperienze, consolidato e approfondito in diverse occasioni. Per questo motivo le competenze che lo studente è chiamato a mobilitare nella scuola media devono essere viste come un'evoluzione di quelle attivate nella scuola elementare e ancora prima nella scuola dell'infanzia. Tutto ciò si configura come un lungo processo nel corso del quale è sicuramente opportuno ed estremamente efficace **mostrare agli allievi i forti legami esistenti tra la matematica e le altre aree culturali, proponendo percorsi che risultino coerenti in un'ottica di continuità educativa tra le scuole dell'infanzia, elementare e media**. In tale processo di crescita **risultano fondamentali gli aspetti affettivo-relazionali, comunicativi e morali dello sviluppo dell'individuo, promuovendo a ogni livello scolastico un apprendimento che vada oltre la dimensione cognitiva**.

2. Modello di competenza

La struttura del modello è pensata come strumento per concepire, descrivere e organizzare le competenze matematiche. Si tratta di un **modello pluridimensionale** che considera:

- cinque **ambiti di competenza**: nuclei tematici del sapere matematico;
- sei **aspetti di competenza**: due centrati sulle **risorse cognitive**, i restanti quattro sui **processi cognitivi** chiave qualificanti il sapere matematico;
- una **dimensione evolutiva**: dal 1° ciclo (4° anno) a fine 3° ciclo (11° anno);
- delle **dimensioni extra cognitive**: disposizioni ad agire connesse in particolare a processi motivazionali e sociali.

Da tale impostazione ne scaturisce un quadro che può essere rappresentato schematicamente tramite una **matrice** composta di 30 celle, **nella quale riconoscere i traguardi specifici di apprendimento**.

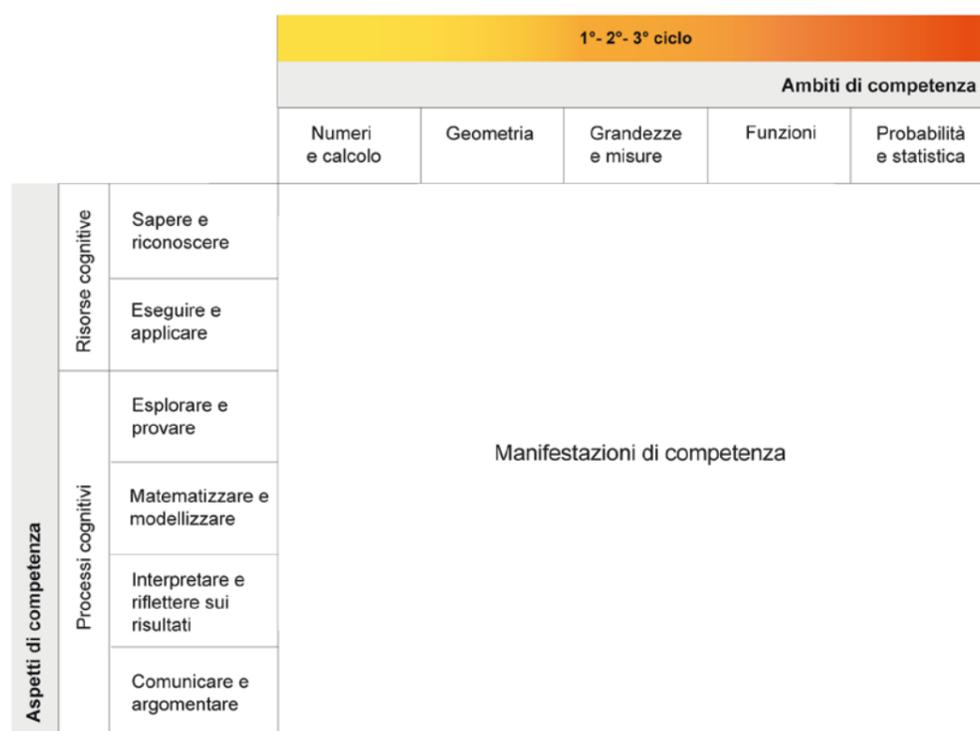


Figura 1. Modello di competenza per la matematica

La struttura proposta permette di **caratterizzare le competenze in gioco, attraverso l'insieme delle risorse e dei processi necessari per rispondere con successo a una situazione**. Essa costituisce pertanto uno **strumento per la descrizione delle competenze relative ai singoli cicli di scolarità e alla loro evoluzione**.

2.1 Ambiti di competenza e loro progressione

I contenuti matematici sono suddivisi in **cinque ambiti di competenza** che vengono sviluppati lungo tutto l'arco della scolarità obbligatoria. Essi sono: «**Numeri e calcolo**», «**Geometria**», «**Grandezze e misure**», «**Funzioni**», «**Probabilità e statistica**».

Gli ambiti scelti coprono l'insieme dei contenuti matematici affrontati nel corso dei tre cicli, tuttavia per alcuni di essi e in determinati anni di scolarità non è ragionevole definire dei traguardi specifici di apprendimento. Infatti, in alcuni anni e con riferimento a certi ambiti, sono previste attività didattiche di sensibilizzazione e di introduzione a temi che solo più tardi, dopo un adeguato processo di insegnamento-apprendimento e di maturazione, potranno diventare competenza.

Tenendo conto di questa realtà, **fino al 7° anno di scolarità sono stati individuati e formulati traguardi specifici di apprendimento unicamente per i tre ambiti «Numeri e calcolo», «Geometria» e «Grandezze e misure»**. Va però precisato che al 7° anno si possono comunque individuare elementi preparatori agli ambiti «Funzioni» e «Probabilità e statistica» che sono presentati all'interno dell'ambito «Numeri e calcolo» e che saranno sviluppati e approfonditi nel 3° ciclo.

Lo **sviluppo sull'arco dei tre cicli dei vari ambiti** può essere illustrato come segue:

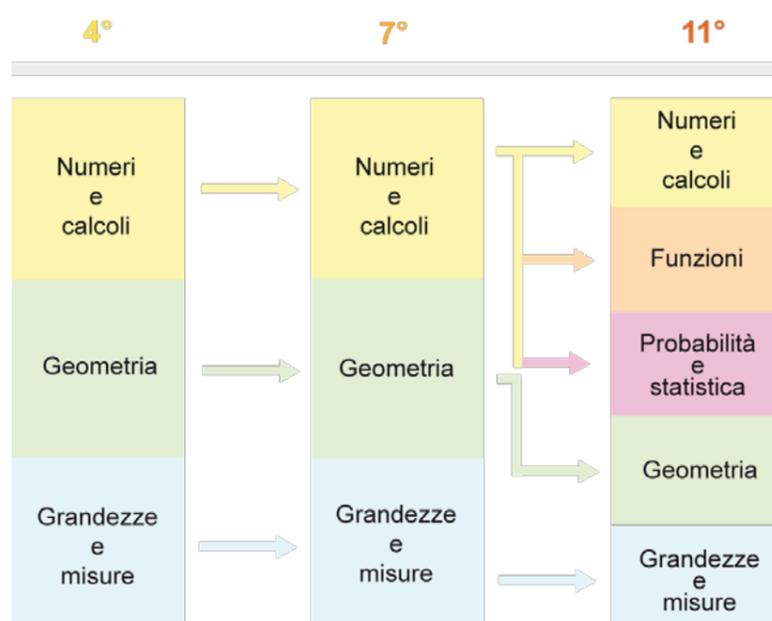


Figura 2. Sviluppo degli ambiti di competenza nella scuola dell'obbligo

Di seguito, per ogni ambito previsto, sono presentati i principali elementi caratterizzanti.

Numeri e calcolo

Gli oggetti di studio in questo ambito sono **gli elementi e la struttura dei vari insiemi numerici**. È previsto un **graduale ampliamento dai numeri naturali ai reali, comprendente i principali concetti e le proprietà delle operazioni con le loro applicazioni**

nel calcolo. Quest'ultimo trova la sua principale ragione d'essere nei processi risolutivi di situazioni-problema nel cui contesto va opportunamente affrontato, sviluppato ed esercitato.

Geometria

L'ambito «Geometria» ha come **oggetto di studio le figure e le loro proprietà viste secondo due ottiche: la geometria sintetica, che si focalizza sugli aspetti qualitativi delle figure, e la geometria metrica, che si occupa di quelli quantitativi.** Quest'ultimo aspetto è principalmente trattato nell'ambito «Grandezze e misure» per quanto concerne i concetti di grandezza, misura, unità di misura e relazioni esistenti fra di esse.

Grandezze e misure

Questo ambito permette di comprendere come **individuare, descrivere, definire, interpretare, stimare, misurare e comparare grandezze di oggetti e di fenomeni del mondo reale.** In particolare, occorre acquisire le **conoscenze che gravitano attorno ai concetti di grandezza, misura, unità di misura, oltre naturalmente alle procedure di calcolo di alcune grandezze e di conversione fra misure espresse secondo unità diverse.** Tale ambito è strettamente correlato con gli aspetti numerici e geometrici. Oltre alle grandezze geometriche (lunghezza, area, volume, ampiezza) sono da prendere in considerazione capacità, massa, tempo, valore monetario e altre grandezze a seconda delle situazioni affrontate.

Funzioni

Questo ambito concerne **relazioni di tipo funzionale fra insiemi numerici o grandezze.** Accanto a un'alfabetizzazione di base relativa alla **simbologia essenziale del linguaggio degli insiemi e alle varie forme di rappresentazione grafica di corrispondenze fra due insiemi,** viene sviluppato negli alunni un **«pensiero funzionale» che porta a riconoscere e utilizzare vari registri interpretativi di una stessa situazione,** attraverso diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare testi, schemi, tabelle, grafici, espressioni algebriche).

Probabilità e statistica

Questo ambito concerne i **due nuclei tematici legati all'elaborazione matematica di dati statistici e all'educazione al pensiero probabilistico.** Da un lato si sottolinea l'importanza di raccogliere, descrivere, rappresentare, analizzare e interpretare dati; dall'altro si dà spazio agli elementi fondamentali legati all'incertezza e alla casualità, con l'obiettivo di sviluppare le competenze che caratterizzano l'alfabetizzazione probabilistica.

2.2 Aspetti di competenza

Gli aspetti di competenza si connettono agli ambiti tematici e si articolano nel seguente modo:

- **risorse cognitive:** «Sapere e riconoscere», «Eeguire e applicare»;
- **processi cognitivi:** «Esplorare e provare», «Matematizzare e modellizzare», «Interpretare e riflettere sui risultati», «Comunicare e argomentare».

Risorse cognitive

Sapere e riconoscere

Comprende gli apprendimenti relativi alla **padronanza di conoscenze degli oggetti matematici in gioco e del loro significato,** sia di tipo dichiarativo sia procedurale. In particolare, il *riconoscere* comprende il **saper distinguere oggetti matematici in base ai loro elementi, proprietà, relazioni e rappresentazioni, sulla base delle conoscenze acquisite.**

Eeguire e applicare

Comprende quegli aspetti del **saper fare legati all'esecuzione, automatica e non, di procedimenti e algoritmi, che possono prevedere l'intervento consapevole e richiedere il riconoscimento della situazione e un adattamento alla stessa.** In particolare, eseguire calcoli, trasformazioni e costruzioni con o senza mezzi ausiliari, applicare procedimenti e concetti disciplinari specifici dei vari ambiti di competenza a concrete situazioni matematiche.

Processi cognitivi

Esplorare e provare

Esplorare con fiducia e determinazione situazioni matematiche non note, provare ad affrontarle per tentativi ed errori, individuare strategie e procedimenti interpretativi e risolutivi, formulare congetture e verificarle o confutarle attraverso verifiche, ragionamenti o produzione di controesempi.

Matematizzare e modellizzare

Utilizzare concetti, principi e metodi specifici della matematica per comprendere, spiegare, esaminare domini reali o ideali. Descrivere e rappresentare tali domini con modelli che utilizzano in modo consapevole il linguaggio della matematica e che possono essere espressi tramite diverse forme di rappresentazione.

Interpretare e riflettere sui risultati

Comprendere e assumere un atteggiamento critico di fronte a un procedimento, una strategia o un risultato, ottenuti personalmente o proposti da altri, mettendo in atto strategie di verifica della loro attendibilità, di pertinenza con le condizioni della situazione-problema affrontata e di applicabilità in situazioni nuove.

Comunicare e argomentare

Presentare, descrivere, motivare, argomentare e giustificare in diversi registri semiotici (linguistico, aritmetico, algebrico, pittorico, iconico, grafico, gestuale ecc.) convinzioni, proprietà, riflessioni, ragionamenti, scelte e conclusioni concernenti un procedimento o un concetto matematico propri o di altri, in modo adeguato in rapporto all'oggetto considerato e al contesto d'uso.

3. Indicazioni metodologiche e didattiche

Nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica **gli oggetti che costituiscono il bagaglio disciplinare vanno costruiti attraverso l'attività personale e condivisa tra gli allievi, tramite una continua interpretazione e verbalizzazione di idee, intuizioni e proposte**. In tal modo si cerca di evitare che negli studenti subentri la paura di commettere errori e il riprodurre in modo acritico e impersonale definizioni, formule e procedimenti standard. In tale processo l'insegnante è chiamato a mediare - attraverso la messa in comune e la validazione - tra il sapere ingenuo, spontaneo, fatto proprio da ogni singolo allievo e il sapere disciplinare matematico atteso dalla società. Questo avviene tramite una fase di istituzionalizzazione di quelle scoperte avvenute nel gruppo classe che risultano coerenti con la disciplina di riferimento, così da creare un sapere adatto a essere comunicato all'esterno e, soprattutto, a essere utilizzato a più riprese e in ambiti diversificati.

L'apprendimento matematico richiede sforzi di natura concettuale e difficoltà linguistiche che devono essere considerate: si tratta di **introdurre gradatamente oggetti matematici insieme a una terminologia il più possibile vicina a quella che si usa in matematica, in modo da creare un linguaggio coerente con la disciplina che possa essere usato in diversi contesti**. In tale ambito la **differenziazione pedagogica può trovare spazio per garantire la gestione delle diversità in aula**.

È auspicabile che l'**acquisizione di competenze da parte degli allievi avvenga a partire da situazioni-problema efficaci, significative, impregnate di senso e stimolanti, a volte più vicine alla vita quotidiana a volte più intrinseche alla matematica stessa**. Una situazione-problema si caratterizza in quanto è contestualizzata e rappresenta una sfida alla portata dell'allievo; deve suscitare in lui interesse e adesione, indurlo a mobilitarsi per elaborare strategie e una o più conseguenti soluzioni e deve includere un'attenzione alla riflessione metacognitiva e alla ricerca del senso della situazione proposta. Fin dalla scuola dell'infanzia, si offre all'allievo la possibilità di **imparare gradualmente ad affrontare con creatività, positività e determinazione situazioni-problema di varia natura, a fare congetture e applicare possibili strategie risolutive, a rappresentarle in diversi modi, a controllare il proprio processo risolutivo, a confrontare la pertinenza dei risultati con la situazione proposta**. L'allievo è così stimolato dalla guida dell'insegnante e dal confronto e dalla discussione con i suoi pari. Nell'arco della scuola elementare è opportuno favorire anche situazioni di apprendimento che consentano di compiere i primi passi verso aspetti di competenza come l'astrazione, la gestione di diverse rappresentazioni dello stesso concetto, la matematizzazione, la formalizzazione e la generalizzazione dei contenuti proposti, che troveranno un primo assestamento durante la scuola media.

Vanno anche vissute **esperienze che favoriscono uno stretto collegamento tra il «pensare» e il «fare», in particolare nell'ambito di una didattica laboratoriale in cui l'allievo è attivo**, formula congetture e ipotesi, progetta, sperimenta, raccoglie dati, realizza e controlla le conseguenze delle scelte effettuate, negozia significati, valida e argomenta le proprie scelte con il resto del gruppo classe, costruisce significati interindividuali, socializza le conoscenze emerse. **Una didattica laboratoriale consente di dedicarsi nel contempo ai nuclei fondanti della disciplina e ai traguardi non specifici dell'apprendimento matematico**, come lo sviluppo del gusto estetico, l'abitudine all'uso del ragionamento anche fuori da un contesto matematico, l'interesse verso la creazione e risoluzione di problemi, l'atteggiamento verso la problematizzazione dei fatti della vita. In quest'ottica si inserisce una **didattica per progetti in cui rientra l'ambito matematico insieme ad altre discipline e in cui è possibile integrare aspetti diversi del quotidiano e sviluppare allo stesso tempo competenze trasversali**.

La didattica laboratoriale evolve nell'arco della scuola dell'obbligo. Nella scuola dell'infanzia ed elementare vi è un forte legame tra gli aspetti manipolativi delle attività proposte e le prime immagini di concetti matematici; risulta in effetti importante per l'alunno ideare, progettare e costruire concretamente oggetti a contenuto matematico. Da questo punto di vista è utile sottolineare l'importanza di **proporre significativi artefatti utili per l'apprendimento degli allievi, tra i quali i tradizionali strumenti**. Durante gli ultimi anni di scuola elementare e nella scuola media va favorito, con le dovute cautele, il passaggio graduale da modelli materiali a rappresentazioni astratte, tenendo conto delle competenze raggiunte dagli allievi. Nelle fasi di sperimentazione e di scoperta va valorizzata l'**importanza del lavoro di gruppo**, che rappresenta una ricca occasione per sviluppare competenze trasversali fondamentali nell'apprendimento di tutte le discipline e per lo sviluppo della persona quali le capacità di confrontarsi, comunicare, condividere, collaborare e cooperare.

Non va infine dimenticato che lo **sviluppo delle competenze matematiche risulta indispensabile per la crescita dei membri di una società capaci di dialogare attivamente con il continuo progresso scientifico e tecnologico in atto**. La dimensione culturale scientifico-matematica, nel senso di *habitus mentale*, fa parte della formazione del futuro cittadino capace di servirsi delle tecnologie in modo critico, opportuno, consapevole e ragionato. Quest'ultime offrono interessanti possibilità per **costruire percorsi didattici innovativi, stimolanti e arricchenti che si possono integrare efficacemente con quelli più tradizionali**.

4. Traguardi di competenza

I **traguardi di competenza** da raggiungere al termine di ogni ciclo rappresentano una sintesi dei **traguardi specifici di apprendimento**; essi evolvono in profondità e articolazione da un ciclo a un altro.

Sono previsti **livelli di difficoltà crescenti** in relazione:

- alla **complessità concettuale e strutturale della situazione-problema proposta**: comprensibilità del testo, conoscenza e pratica delle diverse rappresentazioni, simboli e termini utilizzati, concetti presenti, ragionamenti e tempo necessario per risolverla ecc.;
- al **livello di familiarità dei contesti d'azione**: da contesti noti, semplici e concreti a contesti inediti, complessi e astratti;
- al **grado di rielaborazione richiesto dal comportamento messo in atto**: da risposte riproduttive a risposte personali e originali;
- alle **condizioni operative in cui si svolge l'apprendimento**: scopi dell'azione e autonomia con cui l'allievo agisce.

L'elenco seguente presenta inizialmente i **traguardi di competenza legati agli ambiti di competenza** (colorati coerentemente con la Figura 2) e in seguito quelli più generali, che rafforzano e integrano i precedenti.

Traguardi di competenza al termine del 1° ciclo

Alla fine del 1° ciclo l'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali almeno fino a 100 in contesti legati principalmente al quotidiano e sa effettuare ordinamenti, stime, conteggi di raccolte alla sua portata numerica;
- esegue calcoli mentali e mentali-scritti che coinvolgono addizioni almeno fino al 100 e sottrazioni in casi più semplici;
- riconosce, denomina e descrive le più comuni figure del piano e dello spazio, oltre a semplici relazioni e strutture legate alla lettura della realtà che lo circonda;
- sa situarsi nel tempo della vita quotidiana, nella ciclicità e ricorsività;
- confronta, classifica e ordina lunghezze legate alla sua realtà ed effettua nel concreto misure per confronto con una grandezza scelta come unità;
- esplora, comprende, prova e risolve situazioni-problema contestualizzate legate al vissuto e alla realtà che coinvolgono i primi apprendimenti in ambito numerico, geometrico e relativi a grandezze riferite alla sua quotidianità;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli non formalizzati legati all'interpretazione matematica del mondo che lo circonda;
- presenta, descrive e motiva le proprie scelte prese per affrontare una semplice situazione matematica legata alla realtà in modo tale che risultino comprensibili ai compagni, come pure comprende le descrizioni e presentazioni degli altri.
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto all'apprendimento quando si affrontano esperienze relative alla matematica.

Traguardi di competenza al termine del 2° ciclo

Alla fine del 2° ciclo l'allievo:

- conosce e utilizza i numeri naturali, i numeri decimali e le frazioni in contesti reali e ideali; sa ordinare i numeri naturali e decimali;
- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto che coinvolge le quattro operazioni con numeri naturali e sa effettuare calcoli con numeri decimali, eventualmente anche ricorrendo a una calcolatrice in situazioni che lo richiedono;
- ricava e interpreta informazioni da tabelle e grafici; elabora, interpreta e rappresenta insiemi di dati forniti o ricercati;
- esprime valutazioni probabilistiche in alcune semplici situazioni di incertezza legate al vissuto;
- riconosce, denomina, descrive e rappresenta figure (del piano e dello spazio), relazioni e strutture legate all'interpretazione della realtà o a una loro matematizzazione e modellizzazione;
- classifica le principali figure del piano in base a caratteristiche geometriche;
- confronta, classifica e ordina le più comuni grandezze ed effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali ancorate nel concreto;
- determina misure significative delle principali figure del piano;
- comprende e risolve con fiducia e determinazione situazioni-problema in tutti gli ambiti di contenuto previsti per questo ciclo, legate al concreto o astratte ma partendo da situazioni reali, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;
- legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici concernenti gli ambiti coinvolti in questo ciclo;
- utilizza strumenti, convenzionali e non, per affrontare una situazione, in particolare strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra) e strumenti di misura (metro, contenitore graduato, goniometro ecc.);
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali impregnate di senso;
- riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- comunica e argomenta procedimenti e soluzioni relative a una situazione, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica; comprende, valuta e prende in considerazione la bontà di argomentazioni legate a scelte o processi risolutivi diversi dai propri;
- manifesta un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, tramite esperienze significative che gli permettano di cogliere in che misura gli strumenti matematici che ha imparato a utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Traguardi di competenza al termine del 3° ciclo

Alla fine del 3° ciclo l'allievo:

- conosce, ordina e utilizza con sicurezza i numeri reali in contesti concreti e astratti e calcola con essi anche in forma non approssimata;
- esegue con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto nell'insieme dei numeri reali e ne padroneggia le diverse proprietà e rappresentazioni; stima il risultato di un calcolo e valuta l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice in situazioni che la richiedono;
- riconosce, descrive, individua e rappresenta relazioni di tipo funzionale in situazioni reali e le utilizza per descrivere e risolvere una situazione-problema;
- analizza e interpreta insiemi e rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni legate al contesto;
- si orienta ed esprime valutazioni qualitative e quantitative probabilistiche in situazioni di incertezza legate principalmente al mondo reale;
- riconosce, denomina, descrive, classifica e rappresenta figure (del piano e dello spazio), ne individua proprietà e ne coglie relazioni tra gli elementi;
- confronta, misura, ordina e trasforma le principali grandezze, effettua e calcola misure dirette e indirette legate alla realtà e a situazioni ideali e conosce le più comuni unità di misura legate al Sistema Internazionale delle Unità e alla Legge federale sulla metrologia;
- determina misure significative di figure del piano e dello spazio;
- applica il pensiero matematico per comprendere e risolvere con fiducia e determinazione situazioni-problema sia reali sia astratte concernenti tutti gli ambiti previsti per questo ciclo, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive e valutando in modo critico le informazioni e la loro coerenza;
- confronta procedimenti diversi e produce matematizzazioni e modellizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico vissuto e interpretato a una classe di problemi;
- manifesta disponibilità e capacità a utilizzare modelli matematici di pensiero, di presentazione delle proprie scelte, strategie e processi risolutivi e di interpretazione di oggetti e situazioni reali;
- costruisce ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri; esprime e testa congetture dedotte da situazioni reali o astratte;
- legge e comprende testi in modo autonomo che coinvolgono aspetti logici e matematici concernenti gli ambiti coinvolti in questo ciclo;
- utilizza strumenti, convenzionali e non, per affrontare una situazione - in particolare, strumenti per il disegno tecnico (riga, compasso, squadra), strumenti di misura (metro, contenitore graduato, goniometro ecc.), strumenti di calcolo (calcolatrice e software matematici) - e sa valutare l'opportunità di ricorrere a essi in situazioni che le richiedono;
- progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali e ideali impregnate di senso;
- utilizza e interpreta il linguaggio matematico e ne coglie il rapporto con il linguaggio naturale;
- riconosce e utilizza con consapevolezza rappresentazioni diverse di uno stesso oggetto matematico;
- descrive e spiega il procedimento seguito, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati; produce giustificazioni e argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite;
- sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo la logica e la correttezza di un'argomentazione altrui;
- manifesta, con sempre maggiore convinzione, un atteggiamento positivo rispetto alla matematica per mezzo di esperienze significative e comprende come molti dei saperi matematici appresi siano utilizzati per operare nella realtà.

5. Traguardi specifici di apprendimento

Di seguito sono proposte le **matrici che descrivono i risultati attesi per quanto riguarda le risorse e i processi, al termine del 1° e del 2° ciclo e al termine di ogni anno del 3° ciclo, suddivise per ambito di competenza.**

NUMERI E CALCOLO

NUMERI E CALCOLO		
	1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno
Risorse cognitive		
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere le cifre, la scrittura simbolica di un numero naturale almeno fino a 100 e il significato di ogni cifra secondo la notazione decimale; riconoscere piccole quantità di oggetti senza contare (minore o uguale a 5); conoscere i numeri naturali almeno fino a 100 e riconoscerli nel mondo reale; conoscere il significato di maggiore, minore, uguale, precedente e successivo; conoscere il significato di addizione e sottrazione e i relativi simboli; conoscere la somma e la differenza di due numeri. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere la scrittura simbolica dei numeri naturali e decimali e il significato di ogni cifra secondo la notazione decimale; conoscere termini e simboli aritmetici riguardanti le quattro operazioni; conoscere il significato di frazione come operatore diretto, come quoziente o come rapporto fra due numeri naturali in situazioni reali; riconoscere vari tipi di rappresentazione grafica di una relazione (tabella di valori, diagramma sagittale, istogramma, grafi, diagramma cartesiano) e conoscere il loro significato; conoscere i termini “dati” e “insieme di dati” riferiti a un’indagine; conoscere i termini “evento”, “certo”, “possibile”, “impossibile”, “numero di possibilità”, “ha più/meno possibilità di ...”, riferiti ad una situazione di incertezza.
Eeguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> contare quantità di oggetti presentate anche in forma disordinata; confrontare, ordinare, leggere e scrivere, numeri naturali almeno fino a 100; rappresentare su una retta numerica numeri naturali almeno fino a 100; determinare il complemento alla decina successiva con numeri almeno fino a 100; eseguire calcoli concernenti addizioni e sottrazioni, applicando tecniche e strategie di calcolo mentale e mentale-scritto adeguate alla complessità della situazione; stimare quantità in situazioni concrete; leggere e completare rappresentazioni grafiche emerse da esperienze vissute, come ad esempio una tabella a doppia entrata. 	<ul style="list-style-type: none"> leggere, scrivere, confrontare e ordinare numeri naturali e decimali; rappresentare su una retta numerica numeri naturali e numeri decimali; eseguire calcoli concernenti le quattro operazioni applicando tecniche e strategie di calcolo mentale, mentale-scritto o scritto, approssimato e strumentale, adeguate alla complessità della situazione e fondate sulle proprietà delle operazioni; approssimare numeri decimali e stimare risultati di calcoli; stimare quantità sempre più grandi; ricavare informazioni da rappresentazioni grafiche relative a situazioni conosciute; confrontare eventi diversi, relativi a situazioni concrete di incertezza, per stabilire quali hanno più possibilità di verificarsi.
Processi cognitivi		
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> attuare una serie di tentativi volti ad affrontare e risolvere una data situazione numerica derivante da un contesto familiare. 	<ul style="list-style-type: none"> procedere per tentativi con lo scopo di determinare casi particolari che soddisfano le condizioni di una situazione aritmetica; testare la validità di una proposizione concernente una situazione aritmetica o una relazione funzionale legata alla quotidianità, mediante tentativi numerici assegnati o scelti autonomamente; effettuare semplici esperienze aleatorie (lanci di dadi o di monete, estrazioni da un mazzo di carte da gioco o da un contenitore ecc.), procedendo per tentativi, con lo scopo di identificare ed elencare tutti gli esiti possibili.
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare situazioni numeriche espresse in forma linguistica con parole, disegni, schemi, frecce, istogrammi ecc.; tradurre una situazione numerica legata a contesti quotidiani in un’addizione o una sottrazione che ne individua un processo risolutivo, con numeri almeno fino a 100. 	<ul style="list-style-type: none"> ricavare informazioni da una situazione aritmetica espressa in varie forme (linguistica, grafica ecc.); tradurre una situazione di tipo aritmetico espressa in forma linguistica in una sequenza di calcoli; tradurre una situazione di tipo aritmetico in rappresentazioni grafiche che ne esprimono la struttura; matematizzare situazioni aritmetiche e combinatorie concrete a partire da esempi di risultati possibili su cui riflettere.
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> interpretare dati numerici relativi a diverse situazioni legate alla vita quotidiana. 	<ul style="list-style-type: none"> interpretare e riflettere su un procedimento o un risultato, proprio o altrui, ricorrendo alla stima o al calcolo, e tenendo in considerazione le condizioni della situazione affrontata; esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui di un procedimento o di un risultato illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente.
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> descrivere e presentare le proprie scelte prese per affrontare una situazione numerica in modo tale che risultino comprensibili agli altri; comprendere le descrizioni e presentazioni effettuate dai compagni in ambito numerico; motivare una scelta mediante un calcolo o una relazione (maggiore, minore, uguale). 	<ul style="list-style-type: none"> presentare e argomentare decisioni, procedimenti risolutivi o soluzioni scelte, relative a situazioni aritmetiche o a relazioni fra grandezze, utilizzando diversi registri semiotici (linguistici, gestuali, figurali, aritmetici ecc.), in modo che risultino comprensibili agli altri; comprendere le descrizioni e argomentazioni effettuate dai compagni in ambito aritmetico per motivare le decisioni e i procedimenti scelti e i risultati ottenuti.

NUMERI E CALCOLO

	3° ciclo - 8° anno	3° ciclo - 9° anno	3° ciclo - 10° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere significati, termini e simboli aritmetici riguardanti operazioni e loro proprietà con numeri naturali e decimali, comprese le potenze con esponente naturale e la radice quadrata; conoscere la gerarchia delle operazioni nelle espressioni aritmetiche; conoscere il significato di multiplo, divisore, numero primo, minimo comune multiplo e massimo comune divisore; conoscere l'equivalenza logica della divisione euclidea (tra $a : b = q$ (resto r) e $a = b \cdot q + r$); conoscere i criteri di divisibilità per 2, 3, 5, 10; conoscere l'uso delle lettere per rappresentare numeri o grandezze. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere significati, termini e simboli aritmetici e algebrici riguardanti operazioni e loro proprietà con numeri interi e decimali, comprese la radice quadrata e la radice cubica; conoscere il significato, termini e simboli di frazione come operatore, risultato della divisione, percentuale e probabilità; conoscere i significati di frazioni equivalenti e frazione ridotta ai minimi termini; conoscere il significato di equazione, incognita, soluzione. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il significato di numero razionale, irrazionale e reale; conoscere significati, termini e simboli aritmetici riguardanti operazioni e loro proprietà con numeri razionali, comprese le potenze con esponente intero; conoscere le principali forme di rappresentazione di un numero razionale (decimale, frazionaria e percentuale); conoscere significati, termini e simboli aritmetici riguardanti operazioni e loro proprietà con numeri reali, comprese le potenze con esponente intero; conoscere le principali forme di rappresentazione di un numero reale (decimale, frazionaria, percentuale, in notazione scientifica, potenza con base razionale ed esponente intero, radicale); conoscere il significato di approssimazione per difetto e per eccesso di un numero; conoscere il significato e i termini di rapporto (anche percentuale) e di proporzione (diretta e inversa); riconoscere vari tipi di equazioni (determinata, indeterminata e impossibile). 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere i principali prodotti notevoli; conoscere i significati di disequazione e di insieme delle soluzioni; conoscere i significati di sistema di equazioni, di sistemi di disequazioni e di insieme delle soluzioni; riconoscere vari tipi di sistemi di equazioni (determinati, indeterminati e impossibili).
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> posizionare su una retta numerica numeri naturali e decimali, o numeri rappresentati da lettere; applicare i simboli $=, \neq, <, >, \leq, \geq$ in ambito aritmetico e algebrico; applicare le proprietà delle quattro operazioni di base (commutativa, associativa, distributiva, invariante) e delle potenze con base naturale per effettuare calcoli in modo efficace; eseguire calcoli con numeri naturali e decimali applicando tecniche e strategie di calcolo mentale, mentale-scritto, scritto, approssimato e strumentale, adeguate alla complessità della situazione; determinare multipli, divisori, scomposizioni in fattori primi, minimo comune multiplo e massimo comune divisore; approssimare numeri decimali e stimare risultati di espressioni con numeri decimali; applicare la frazione come operatore diretto in situazioni reali; calcolare il valore di un'espressione aritmetica contenente anche potenze con base naturale, rispettando le precedenze delle operazioni; calcolare il valore di un'espressione algebrica sostituendo le lettere con numeri naturali o decimali; utilizzare lettere per generalizzare semplici proprietà o procedimenti; risolvere equazioni non formalizzate. 	<ul style="list-style-type: none"> posizionare su una retta numerica numeri interi e decimali (finiti), anche in forma di frazione o rappresentati da lettere; eseguire calcoli con numeri interi e decimali applicando le proprietà delle quattro operazioni di base, tecniche e strategie di calcolo mentale, mentale-scritto, approssimato e strumentale, adeguate alla complessità della situazione; calcolare il valore di un'espressione aritmetica contenente anche numeri interi, rispettando le precedenze delle operazioni; applicare le principali proprietà delle potenze (con base intera ed esponente naturale); eseguire semplici addizioni e sottrazioni di frazioni; applicare la scrittura di frazione come operatore $\frac{m}{n}(G)=K$ alla risoluzione di problemi; trasformare la rappresentazione percentuale in forma frazionaria o decimale e viceversa; generare e confrontare frazioni, applicando il concetto di frazioni equivalenti; stimare, calcolare e approssimare con la calcolatrice la radice quadrata di un numero intero o decimale, e riconoscere le situazioni in cui si rende necessaria la sua applicazione; eseguire semplici espressioni algebriche ($a \pm a, a \cdot a, (2a) \cdot (-3b)$ ecc.); risolvere semplici equazioni nell'insieme dei numeri interi. 	<ul style="list-style-type: none"> posizionare su una retta numerica numeri razionali e reali, anche in forma di frazione o rappresentati da lettere; eseguire calcoli con numeri reali espressi sotto forma decimale, frazionaria, percentuale, radicale, scientifica, o di potenza a esponente intero, applicando tecniche di calcolo mentale, mentale-scritto o strumentale adeguate alla complessità della situazione; stimare o approssimare (per eccesso e per difetto alla n-esima cifra decimale) il risultato di un calcolo; applicare le principali proprietà delle potenze (con base razionale ed esponente intero) e delle radici; trattare espressioni algebriche applicando in particolare la proprietà distributiva e le proprietà delle potenze a esponente intero; eseguire semplici operazioni con i radicali (radici quadrate e cubiche) per calcolare in maniera esatta espressioni reali; applicare il concetto di proporzione (diretta e inversa) alla risoluzione di problemi; risolvere nell'insieme dei numeri razionali equazioni di primo grado, controllando se il valore trovato per l'incognita è veramente soluzione dell'equazione; eseguire e verificare un algoritmo di calcolo con mezzi elettronici (calcolatrice, foglio elettronico). 	<ul style="list-style-type: none"> trattare espressioni algebriche (anche con termini frazionari) applicando in particolare la proprietà distributiva, le proprietà delle potenze a esponente intero e i prodotti notevoli; calcolare espressioni con radicali che presentano l'uso della razionalizzazione in casi di radici quadrate; approssimare e stimare numeri e risultati di espressioni aritmetiche; scomporre e fattorizzare espressioni algebriche mediante la messa in evidenza e l'utilizzo dei prodotti notevoli, con lo scopo di risolvere equazioni nel campo reale; risolvere equazioni reali di primo grado, semplici equazioni riconducibili al primo grado ed equazioni fratte, controllando se il valore trovato per l'incognita è veramente soluzione dell'equazione; risolvere sistemi di due equazioni a due incognite, controllando se i valori trovati delle incognite sono veramente soluzioni; risolvere disequazioni reali di primo grado, scrivendo l'insieme delle soluzioni anche tramite intervalli; risolvere sistemi di disequazioni di primo grado; risolvere semplici disequazioni reali fratte riconducibili a sistemi di disequazioni di primo grado.
Processi cognitivi				

NUMERI E CALCOLO

Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> • procedere per tentativi o per prove sistematiche con lo scopo di determinare casi che soddisfano le condizioni di una situazione numerica; • testare la validità di una proposizione mediante la verifica di esempi numerici dati o scelti autonomamente. 	<ul style="list-style-type: none"> • pianificare ed effettuare prove e tentativi numerici pertinenti, variando sistematicamente dati e operazioni, per cercare di individuare una procedura o una soluzione di una situazione aritmetica; • testare una congettura al fine di trovare un procedimento risolutivo o per generalizzare la situazione.
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> • ricavare informazioni da una situazione aritmetica espressa in varie forme (linguistica, grafica ecc.); • tradurre una situazione di tipo aritmetico in un procedimento risolutivo espresso in un qualsiasi registro semiotico, in particolare sotto forma di espressioni aritmetiche o equazioni (non necessariamente formalizzate). 	<ul style="list-style-type: none"> • tradurre una situazione nei diversi registri semiotici, in particolare aritmetico o algebrico, sotto forma di espressioni, equazioni e sistemi, applicando i concetti matematici adeguati, al fine di determinare una procedura risolutiva; • modellizzare una situazione aritmetica sfruttando vari registri semiotici (linguistico, figurale, aritmetico, algebrico, gestuale ecc.).
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> • interpretare, riflettere e validare un procedimento o un risultato, proprio o altrui, ricorrendo alla stima dell'ordine di grandezza o al calcolo e tenendo in considerazione le condizioni della situazione affrontata; • esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui di un procedimento o di un risultato illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente. 	<ul style="list-style-type: none"> • interpretare, analizzare e verificare affermazioni, procedimenti e risultati aritmetici e algebrici, propri o altrui, mediante la stima dell'ordine di grandezza, il calcolo e il controllo della coerenza con le condizioni del problema; • esaminare se un sapere o un procedimento risolutivo possono essere utilizzati per risolvere una nuova situazione.
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> • comunicare decisioni, procedimenti risolutivi o soluzioni scelte, relative a situazioni aritmetiche o a relazioni fra grandezze, utilizzando diversi registri semiotici (linguistico, figurale, aritmetico, algebrico, gestuale ecc.), in modo che risultino comprensibili agli altri; • proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito numerico; • comprendere le presentazioni e argomentazioni effettuate dai compagni in ambito numerico per motivare le decisioni, i procedimenti scelti e i risultati ottenuti. 	<ul style="list-style-type: none"> • comunicare in modo comprensibile e utilizzabile da altri informazioni, decisioni, procedimenti e risultati (in particolare soluzioni di equazioni, disequazioni o sistemi) per mezzo di spiegazioni basate su saperi matematici e in diversi registri semiotici (linguistico, figurale, aritmetico, algebrico, gestuale ecc.); • proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito aritmetico e algebrico; • comprendere le presentazioni e argomentazioni effettuate dai compagni in ambito aritmetico e algebrico per motivare le decisioni, i procedimenti scelti e i risultati ottenuti.

Commento

Nel 1° ciclo è previsto il raggiungimento di competenze legate prevalentemente all'enumerare, effettuare conteggi, riconoscere e utilizzare i numeri nel quotidiano, classificare, ordinare, aggiungere e sottrarre quantità. Per raggiungere tale scopo occorre tener presente che il bambino, nel suo contesto di vita, è confrontato in modo ricorrente con innumerevoli esperienze in cui i numeri sono presenti in modo massiccio. Di conseguenza è importante permettergli di **confrontarsi con situazioni aperte che nascono da esperienze di vita quotidiana e che considerano anche numeri naturali “grandi”, dove il grande dipende dal contesto della classe e del singolo allievo.** Lo scopo è di non costringerlo a rimanere bloccato entro un certo intervallo numerico, con considerazioni a volte sottostimate in rapporto alle competenze già acquisite.

Tale scelta di fondo implica dei **percorsi didattici che mettano il bambino nella condizione di vivere e confrontarsi fino in fondo con la scoperta del variegato universo matematico** alternando momenti di scoperta, di apertura ad ambiti molto liberi, con momenti di strutturazione e di consolidamento di quanto emerso.

Nel 2° ciclo si mira a un ampliamento delle competenze del 1° ciclo sui numeri naturali, prendendo maggior confidenza con numeri sempre più grandi e con i primi numeri non naturali, scoprendoli e analizzandoli in vari contesti d'uso nella vita quotidiana.

Lo scopo è di sviluppare una **competenza nell'affrontare e risolvere situazioni-problema riconducibili alle quattro operazioni, fondata sul possesso di un bagaglio tecnico-algoritmico utile nella vita quotidiana che permetta di trovare delle soluzioni ai problemi**, di presentare e giustificare i procedimenti messi in atto, di giudicarne l'attendibilità, procedendo anche per tentativi nel caso di situazioni poco familiari.

La calcolatrice o altri mezzi informatici possono costituire utili strumenti da usare per eseguire calcoli di una certa complessità o in situazioni in cui è utile lavorare sui risultati in modo sperimentale o in cui è importante puntare sul processo risolutivo di una situazione-problema e non sui singoli calcoli.

Le frazioni vengono viste secondo diverse interpretazioni che nascono da situazioni reali, principalmente come operatore diretto, ma anche come quoziente e come rapporto fra due numeri naturali in situazioni significative (ad esempio fra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili).

In questo ambito si rintracciano i primi elementi degli ambiti di competenza “Funzioni” e “Probabilità e statistica” che ancora non sono presenti in modo esplicito in questo ciclo. Per quanto concerne l'ambito “Funzioni” si prendono in considerazione le numerose situazioni in cui sono in gioco relazioni fra numeri o grandezze, espresse mediante registri diversi (in particolare grafici, tabelle, schemi, frasi ecc.) e in cui è richiesto di riflettere sul “legame” esistente per ricavare o completare le informazioni. L'ambito “Probabilità e statistica” può essere affrontato mettendo in gioco situazioni comuni di piccole inchieste o di gioco in cui l'allievo è chiamato a confrontarsi con semplici ma significative situazioni sia di raccolta/esplorazione di dati, sia di incertezza. Si mira alla costruzione delle prime risorse necessarie per organizzare e rappresentare insiemi di dati, individuarne qualche caratteristica e trarre stimoli utili per giungere a formulare alcune congetture.

Nel 3° ciclo è prevista un'estensione progressiva della conoscenza dei vari insiemi numerici, con un ampliamento sempre più marcato della accezione di frazione a tutti i suoi aspetti, un affinamento del calcolo aritmetico, un approccio al calcolo algebrico, l'introduzione e un primo consolidamento dei concetti di equazione, disequazione e sistema.

Il calcolo mentale assume importanza sia come campo di sviluppo di determinati algoritmi (fondati essenzialmente sulle proprietà, sulla gerarchia delle operazioni e sull'uso delle parentesi) che preparano la via al calcolo algebrico, sia come mezzo per stimare risultati ottenuti da uno strumento tecnologico.

Questo tipo di calcolo aritmetico concerne anzitutto i numeri naturali ma anche i razionali espressi in forma decimale e frazionaria e va ancorato su solide competenze acquisite nel ciclo precedente.

La calcolatrice è assunta come strumento personale dell'allievo. L'obiettivo principale è quello di educare a un suo uso corretto, sensato e autonomo, mediante attività di sensibilizzazione che ne mostrino le peculiarità. Assieme a un foglio di calcolo, essa diventa strumento per sviluppare e affinare competenza nel calcolo stesso oltre che per introdurre nuovi concetti matematici.

Il calcolo algebrico viene proposto come generalizzazione del calcolo aritmetico. Grazie a esso si intendono sviluppare negli allievi le competenze necessarie per gestire situazioni-problema risolvibili tramite espressioni aritmetiche, equazioni, disequazioni e sistemi con numeri reali secondo varie modalità e sfruttando le proprietà del calcolo, riuscendo così a matematizzare e a modellizzare la realtà.

GEOMETRIA

	1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno
Risorse cognitive		
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere le relazioni spaziali (più vicino/più lontano; sopra/sotto; davanti/dietro; destra/sinistra ecc.); conoscere il nome di alcune figure comuni dello spazio (cubo, parallelepipedo, piramide, sfera, cilindro, cono) e del piano (triangolo, quadrato, rettangolo, cerchio) e riconoscerle anche in posizioni non convenzionali; conoscere i principali elementi costitutivi dei più comuni poliedri (facce, vertici e spigoli) e solidi di rotazione (superficie curva, cerchio ecc.); conosce i termini e le principali proprietà relative alle linee (rettilinea, curva, aperta/chiusa, semplice/intrecciata ecc.). 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere e utilizzare le nozioni geometriche fondamentali relative a figure del piano e dello spazio (punto, linea, retta, parallelismo e incidenza, segmento, semiretta, figura, angolo, poligono, lato, vertice, diagonale, asse di simmetria, cerchio, circonferenza, raggio, diametro, solido, poliedro, faccia, spigolo, vertice, contorno, superficie, spazio ecc.); conoscere i poligoni in base alle loro proprietà (lati e angoli), anche se rappresentati in posizioni non convenzionali; conoscere i solidi più comuni e i loro elementi caratteristici anche se rappresentati in posizioni non convenzionali; confrontare figure del piano e dello spazio evidenziando analogie e differenze; riconoscere figure traslate, simmetriche, ruotate, in situazioni significative e legate alla realtà.
Eeguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> orientarsi e orientare persone o oggetti nello spazio reale usando termini specifici; confrontare figure del piano e dello spazio evidenziando analogie e differenze; individuare il numero di facce, vertici e spigoli di un poliedro legato alla quotidianità; scomporre concretamente figure dello spazio e del piano in figure più semplici e viceversa; continuare una successione di semplici figure seguendo lo stesso criterio; essere in grado di realizzare manualmente modelli di figure dello spazio e del piano utilizzando diversi materiali; utilizzare una griglia per descrivere la posizione di un oggetto. 	<ul style="list-style-type: none"> orientarsi nello spazio in base a descrizioni e mappe; disegnare figure piane, schizzare figure solide e realizzare artefatti del piano e dello spazio; classificare i poligoni in base ai lati e agli angoli, in particolare i triangoli e i quadrilateri anche in base alle diagonali; scomporre opportunamente triangoli e quadrilateri e ricomporli per permettere un calcolo semplificato dell'area; individuare simmetrie; determinare graficamente frazioni di lunghezze e aree; usare riga e squadra per disegnare o individuare relazioni fra figure (ad es. rette parallele o perpendicolari); usare il compasso per confrontare e riportare lunghezze, costruire circonferenze e archi; usare il goniometro per misurare ampiezze; utilizzare un sistema di riferimento cartesiano per localizzare punti nel piano.
Processi cognitivi		
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> procedere per prove e tentativi nella manipolazione e osservazione di figure assegnate o di motivi corrispondenti a criteri dati. 	<ul style="list-style-type: none"> determinare per prove e tentativi qualche caso particolare di figura che soddisfi le condizioni di una situazione data (per es. tetramini, pentamini, scheletrati, sviluppi di un poliedro ecc.) e cercare di formulare congetture; procedere per prove e tentativi per individuare procedimenti o soluzioni accettabili per una situazione geometrica concreta o astratta.
Matematizzare e Modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> riprodurre un oggetto o un percorso del reale sotto forma di plastico, griglia e mappa; tradurre situazioni geometriche - che coinvolgono figure o simmetrie - in rappresentazioni figurali (disegni, schemi, percorsi con frecce ecc.) o a parole. 	<ul style="list-style-type: none"> analizzare e tradurre una situazione di tipo geometrico in rappresentazioni figurali (plastici, mappe e schizzi di figure elementari) o aritmetiche che ne esprimano la struttura, al fine di individuare un procedimento risolutivo.
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> interpretare informazioni geometriche relative a diverse situazioni legate alla vita quotidiana 	<ul style="list-style-type: none"> interpretare e riflettere se un procedimento o un risultato propri o altrui soddisfano tutte le condizioni geometriche poste da una situazione; esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente.
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> descrivere mediante parole, schizzi, disegni ecc. figure e motivi geometrici come pure eventuali analogie o irregolarità rispetto a tali motivi; comunicare mediante parole, schizzi, disegni ecc., perché figure o motivi geometrici presentano analogie o differenze rispetto a un modello dato; motivare le scelte prese per una situazione geometrica vissuta. 	<ul style="list-style-type: none"> comunicare informazioni relative a situazioni geometriche mediante parole, calcoli, schizzi, disegni e simboli, in particolare nella presentazione di procedimenti risolutivi, e comprendere quelle altrui; giustificare un'affermazione utilizzando relazioni o proprietà geometriche di figure (congruenza, parallelismo, incidenza, simmetria ecc.); proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito geometrico e comprendere la bontà di quelle proposte da altri.

GEOMETRIA				
	3° ciclo - 8° anno	3° ciclo - 9° anno	3° ciclo - 10° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere nozioni geometriche fondamentali relative a figure del piano (punto, linea, retta, parallelismo e incidenza, segmento, semiretta, figura, angolo, poligono, lato, vertice, diagonale, contorno, superficie, congruenza, asse di simmetria, bisettrice, cerchio, circonferenza, centro, raggio, corda, diametro); conoscere elementi e proprietà dei triangoli e la loro classificazione in base a diversi criteri (lati, angoli e assi di simmetria); conoscere elementi e proprietà dei quadrilateri e la loro classificazione in base a diversi criteri (lati, angoli, diagonali e assi di simmetria); riconoscere triangoli e quadrilateri in base alle loro caratteristiche; riconoscere poligoni congruenti (traslati, simmetrici e ruotati); conoscere nozioni geometriche fondamentali relative a figure dello spazio (figura, solido, poliedro, faccia, spigolo, vertice, superficie, spazio, sviluppo); conoscere elementi e proprietà dei parallelepipedi; riconoscere parallelepipedi e relativi sviluppi e sezioni; conoscere notazioni e simboli adeguati per indicare enti e grandezze geometriche. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere elementi e proprietà di poligoni regolari; riconoscere i diversi tipi di poligoni regolari; conoscere gli assi, i centri di simmetria e di rotazione di figure del piano; conoscere il cerchio, la circonferenza e loro termini specifici (arco, settore, corona, segmento circolare); conoscere poligoni inscritti e circoscritti alla circonferenza e le loro proprietà; conoscere elementi e proprietà dei prismi e dei cilindri; riconoscere i diversi tipi di prismi e cilindri in base alle loro caratteristiche; sviluppi di prismi e cilindri. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il teorema di Pitagora e la relativa terminologia; conoscere elementi e proprietà delle piramidi, riconoscendone i diversi tipi e gli sviluppi. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere le relazioni e le proprietà delle figure simili, in particolare dei poligoni; conoscere i criteri di similitudine dei triangoli; conoscere gli elementi e le proprietà dei coni, dei tronchi di cono e dei tronchi di piramide; riconoscere gli sviluppi dei coni; conoscere gli elementi delle sfere.
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> scomporre e comporre poligoni tramite figure semplici (triangoli, parallelogrammi); scomporre e comporre solidi tramite parallelepipedi; ricavare informazioni da schizzi e disegni geometrici di figure piane o parallelepipedi; rappresentare mediante schizzi figure piane o parallelepipedi; costruire e rappresentare figure del piano e dello spazio tenendo conto di proprietà e relazioni (asse di un segmento, bisettrice di un angolo, scheletrati, sviluppi di un parallelepipedo ecc.); utilizzare riga, squadra, compasso e goniometro per disegnare o individuare relazioni fra figure (ad es. rette parallele e perpendicolari, confronti di lunghezze e ampiezze); utilizzare un foglio di geometria dinamica per rappresentare e analizzare una situazione geometrica. 	<ul style="list-style-type: none"> costruire e rappresentare figure del piano e dello spazio tenendo conto di proprietà e relazioni (in particolare assi e centri di simmetria, centri di rotazione di poligoni; scheletrati, sezioni e sviluppi di prismi e cilindri); utilizzare riga, squadra, compasso e goniometro o un foglio di geometria dinamica per costruire figure geometriche tenendo conto di proprietà e relazioni, in particolare poligoni regolari; rappresentare mediante schizzi poligoni, circonferenze, cerchi e loro parti, prismi o cilindri; ricavare informazioni da schizzi e disegni geometrici di figure piane, prismi o cilindri; rappresentare figure del piano all'interno di un sistema di coordinate cartesiane date le coordinate dei suoi elementi e viceversa. 	<ul style="list-style-type: none"> applicare il teorema di Pitagora a triangoli rettangoli nel piano o nello spazio; costruire e rappresentare figure del piano e dello spazio tenendo conto di proprietà e relazioni (in particolare scheletrati e sviluppi di piramidi); rappresentare e analizzare una situazione geometrica attraverso un foglio di geometria dinamica; rappresentare mediante schizzi piramidi. 	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare coni e i loro sviluppi, tronchi di cono e di piramide; rappresentare una figura simile a una figura assegnata in base al rapporto di similitudine; ricavare informazioni da rappresentazioni in scala.
Processi cognitivi				
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> determinare per prove e tentativi figure che soddisfano le condizioni di una situazione data e cercare di intuire proprietà, di formulare congetture e processi risolutivi (anche mediante l'uso di un programma di geometria dinamica). 		<ul style="list-style-type: none"> ricercare per prove e tentativi analogie e differenze tra figure o situazioni geometriche date; esplorare significative situazioni geometriche utilizzando concetti, principi e procedimenti matematici (anche mediante l'uso di un programma di geometria dinamica); procedere per tentativi e prove sistematiche per individuare e testare congetture su figure o situazioni geometriche. 	
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> dedurre proprietà di figure piane (caratteristiche degli angoli, esistenza di assi o centri di simmetria ecc.) e applicarle per individuare altre proprietà; analizzare e tradurre una situazione di carattere geometrico in rappresentazioni figurative (plastici, mappe e schizzi e costruzioni di figure elementari) che ne esprimono la struttura, al fine di individuare un procedimento risolutivo; verificare affermazioni e formule relative a relazioni geometriche tramite l'individuazione di esempi e motivazioni. 		<ul style="list-style-type: none"> analizzare e modellizzare una situazione concernente oggetti del piano e dello spazio applicando nozioni e proprietà fondamentali della geometria, passando da un registro semiotico a un altro, al fine di prendere decisioni e di determinare una procedura risolutiva; verificare affermazioni e formule relative a relazioni geometriche tramite giustificazioni. 	
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> interpretare e riflettere se un procedimento o un risultato, proprio o altrui, soddisfano tutte le condizioni geometriche poste da una situazione; esaminare se le rappresentazioni proprie o altrui illustrano efficacemente la situazione e sono utilizzate correttamente. 		<ul style="list-style-type: none"> esaminare e verificare un procedimento o un risultato, proprio o altrui, mediante proprietà geometriche e controllarne la coerenza con le condizioni del problema; esaminare se un procedimento risolutivo può essere riutilizzato per risolvere un altro problema geometrico. 	

GEOMETRIA

Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> • comunicare informazioni concernenti situazioni geometriche mediante parole, formule, schizzi e disegni, in particolare nella presentazione di procedimenti risolutivi; • motivare un'affermazione utilizzando relazioni o proprietà geometriche di figure (ad esempio congruenza, parallelismo, incidenza, simmetria ecc.); • proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito geometrico; • comprendere comunicazioni e argomentazioni geometriche altrui. 	<ul style="list-style-type: none"> • prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri delle informazioni geometriche adeguate da testi, schizzi, disegni, mappe o modelli; • esplicitare procedimenti risolutivi per mezzo di un linguaggio verbale adeguato, schizzi, disegni, mappe, modelli ecc.; • argomentare e giustificare la correttezza di formule (p.es. formule per il calcolo dell'area) e l'esistenza di relazioni fra figure (p.es. la conservazione dell'area, la similitudine) a partire da proprietà geometriche; • comprendere comunicazioni e argomentazioni geometriche altrui e proporre argomentazioni a sostegno o contrarie a semplici congetture geometriche.
---------------------------------	--	---

Commento

Nel 1° ciclo lo sviluppo geometrico prende avvio a partire dalle prime esperienze spaziali del bambino tramite l'organizzazione delle percezioni, sensazioni e osservazioni esterne di tipo senso-motorio e l'uso di un linguaggio sempre più adeguato. Per i bambini di questa età, la geometria tridimensionale (3D) rappresenta una lettura della realtà più intuitiva e più vicina alle loro esperienze, dato che tutto ciò che circonda il bambino è 3D.

È quindi auspicabile **iniziare lo studio di tale ambito partendo dall'osservazione e analisi di figure 3D, rintracciabili in modelli del reale, per poi giungere a quelle 2D e in seguito operare continui passaggi dal 3D al 2D e viceversa.**

Partire dall'esperienza reale fornisce informazioni spaziali legate alla forma, alla grandezza, alla posizione ecc. degli oggetti; caratteristiche che si rivelano importanti per un primo approccio all'apprendimento in campo geometrico, ma che vanno didatticamente controllate per far emergere gradatamente nei cicli successivi aspetti sempre più concettuali.

Nel 2° e 3° ciclo, il processo di insegnamento/apprendimento della geometria verte sul passaggio dallo spazio al piano e viceversa, partendo dalla lettura del mondo reale che circonda l'allievo e creando continuità fra i cicli.

Non si tratta di riprodurre l'impostazione euclidea, iniziando da concetti come il punto, la linea, la retta e il piano, importanti per una trattazione razionale, ma distanti dall'esperienza dell'allievo, bensì di creare situazioni ricche e significative che permettano agli allievi di interpretare matematicamente il mondo reale che li circonda, tramite modellizzazioni che consentano il passaggio: realtà-modello-realtà. **È così che nel 2° ciclo avviene il passaggio dall'organizzazione spaziale della realtà a sistemazioni e razionalizzazioni successive di queste prime osservazioni che continua in modo sempre più critico e profondo nel ciclo successivo e che confluisce negli aspetti assiomatico-deduttivi.**

Quest'ultimi sono perseguiti attraverso la risoluzione di significative situazioni-problema che portano l'allievo a rendersi conto che dalla validità di talune proprietà di partenza se ne possono dedurre di nuove. Come proprietà di partenza non sono necessariamente presi in considerazione dei veri e propri assiomi geometrici, bensì delle "proprietà forti", assunte dall'allievo come evidenti sulla scorta di attività euristiche mirate.

In un'evoluzione di questo tipo, acquista un **ruolo fondamentale il linguaggio geometrico, che fornisce esso stesso degli orientamenti per organizzare l'osservazione, per interpretare gli oggetti considerati e per sostenere il processo cognitivo legato alla comunicazione e all'argomentazione.**

I simboli, le formule e le definizioni vanno considerate come punto di arrivo di un percorso di apprendimento costruttivo e personale dell'allievo e non come punto di partenza.

La rappresentazione di figure assume un ruolo di primaria importanza per operare una sintesi delle proprietà dell'oggetto considerato. In particolare, l'uso di modelli concreti (bi- e tri-dimensionali, variando tecniche e materiali), la rappresentazione mediante schizzi a mano libera e i disegni ottenuti attraverso costruzioni ragionate fondate su proprietà, utilizzando strumenti più o meno tradizionali (riga, squadra, compasso, ...) o software di geometria dinamica.

L'intento è di far sì che l'allievo sappia **gestire situazioni-problema concernenti figure geometriche, fondando il suo lavoro sulla capacità di analisi e sintesi, utilizzando diverse rappresentazioni semiotiche per esplicitare il processo risolutivo scelto e fornendo risposte e argomentazioni sia qualitative che quantitative alla situazione data.**

GRANDEZZE E MISURE

	1° ciclo - 4° anno	2° ciclo - 7° anno
Risorse cognitive		
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere la scansione degli intervalli di tempo della vita quotidiana (ore, giorni, settimane, mesi, stagioni e anni), la loro ciclicità e la ricorsività di alcuni eventi significativi (ad es. compleanni e principali festività). 	<ul style="list-style-type: none"> riconoscere le grandezze più comuni (lunghezza, area, massa, valore monetario, ampiezza, temperatura, tempo e capacità) e le relative unità di misura indicate dalla Legge federale sulla metrologia; conoscere i prefissi di multipli (in particolare da, h, k) e sottomultipli delle unità (in particolare d, c, m); riconoscere le principali grandezze in situazioni concrete di vita reale.
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> situarsi nei tempi della vita quotidiana, nella loro ciclicità e nella ricorsività dei suoi eventi significativi; confrontare, classificare e ordinare lunghezze e vivere le prime esperienze su masse ed estensioni (più lungo, più corto, più leggero, più pesante, più esteso/meno esteso); stimare lunghezze in situazioni reali vicine alla propria esperienza; effettuare misure per confronto con una grandezza scelta come unità (convenzionale o no); effettuare semplici confronti diretti e indiretti in relazione ad una determinata grandezza; utilizzare parti del corpo o un oggetto comune come strumento per confrontare/misurare lunghezze. 	<ul style="list-style-type: none"> eseguire calcoli relativi alle grandezze più comuni (lunghezze, aree, massa, valore monetario, tempo, capacità); calcolare il perimetro di una figura; calcolare l'area di figure, in particolare di rettangoli e triangoli e di altri poligoni riconducibili a un rettangolo mediante scomposizione e ricomposizione; determinare aritmeticamente la parte di una grandezza in situazioni concrete in cui la frazione è intesa come operatore; stimare, misurare, confrontare e approssimare grandezze in situazioni legate principalmente al vissuto dell'allievo; convertire unità di misura, passando da una all'altra fra quelle di uso più comune; utilizzare strumenti di misura (riga centimetrata, metro, goniometro, bilancia, orologio, recipiente graduato ecc.) idonei rispetto alla situazione.
Processi cognitivi		
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> esplorare e procedere per tentativi per individuare quante volte una lunghezza, un'estensione o una capacità è contenuta in un'altra. 	<ul style="list-style-type: none"> esplorare relazioni tra grandezze dello stesso tipo (ad esempio aree di diverse figure) e relazioni tra grandezze diverse (ad es. perimetro e area) in situazioni concrete effettuando tentativi legati a stime e misurazioni.
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare lunghezze, estensioni, masse e capacità con parole, disegni, diagrammi, schemi, frecce, numeri ecc. 	<ul style="list-style-type: none"> analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare: perimetri e aree di figure); tradurre una situazione della vita quotidiana in linguaggio matematico (aritmetico, grafico, verbale ecc.), tenendo in considerazione le grandezze e le unità di misura in gioco.
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> riflettere e decidere se una data misura costituisce una soluzione accettabile di una situazione data. 	<ul style="list-style-type: none"> interpretare e riflettere sulla veridicità di un procedimento o un risultato, personale o altrui, ricorrendo alla stima dell'ordine di grandezza, al calcolo, alla conversione delle unità di misura o al confronto con la realtà; valutare se l'unità di misura è adeguata alla situazione proposta.
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> descrivere e presentare un procedimento seguito per affrontare una situazione concernente grandezze familiari. 	<ul style="list-style-type: none"> presentare e descrivere dei procedimenti risolutivi in modo comprensibile agli altri, tenendo in considerazione le caratteristiche delle grandezze in gioco e saper valutare la bontà di quelli proposti da altri; comprendere procedimenti risolutivi proposti da altri relativi a situazioni che coinvolgono grandezze; argomentare facendo capo a grandezze e unità di misure per sostenere le proprie tesi relative a una situazione.

GRANDEZZE E MISURE

	3° ciclo - 8° anno	3° ciclo - 9° anno	3° ciclo - 10° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere le grandezze e le misure più comuni (lunghezza, area, volume, massa, valore monetario, ampiezza e tempo); conoscere le unità di misura delle grandezze più comuni indicate dalla Legge federale sulla metrologia e quelle convenzionali; conoscere la struttura del sistema metrico decimale riferita a grandezze e i relativi prefissi milli, centi, deci, deca, etto, chilo; conoscere la struttura del sistema sessagesimale. 		<ul style="list-style-type: none"> conoscere i prefissi nano, micro, mega, giga, tera. 	
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> stimare, misurare, confrontare e approssimare grandezze in situazioni reali o ideali, scegliendo l'unità di misura appropriata; utilizzare e saper scegliere strumenti di misura (riga centimetrata, metro, goniometro, bilancia, cronometro, recipiente graduato ecc.) per effettuare delle misurazioni delle principali grandezze; eseguire calcoli con misure di grandezze; calcolare perimetro o area di poligoni scomponibili in figure semplici (triangoli, parallelogrammi, trapezi); calcolare grandezze relative a parallelepipedi e a solidi in essi scomponibili; operare trasformazioni tra unità di misura relative a grandezze; individuare relazioni tra perimetri, aree e volumi di figure; utilizzare un formulario, una calcolatrice o un foglio di geometria dinamico per trattare grandezze. 	<ul style="list-style-type: none"> stimare e calcolare perimetro e area di poligoni regolari, cerchi o parti di cerchio e figure in essi scomponibili; stimare e calcolare grandezze relative a oggetti reali o ideali concernenti prismi, cilindri e solidi composti. 	<ul style="list-style-type: none"> stimare e calcolare grandezze relative a oggetti reali o ideali concernenti piramidi e solidi composti; calcolare lunghezze da rapporti di scala e viceversa; operare trasformazioni tra unità di misura anche in notazione scientifica; utilizzare un formulario, una calcolatrice, un foglio di calcolo o un foglio di geometria dinamico per trattare grandezze. 	<ul style="list-style-type: none"> stimare e calcolare grandezze relative a oggetti reali o ideali concernenti coni, tronchi di cono, tronchi di piramide, sfere e solidi composti; calcolare lunghezze o aree di figure simili; scegliere l'unità di misura adatta per rappresentare una situazione.
Processi cognitivi				
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> esplorare relazioni tra grandezze dello stesso tipo (per esempio aree di diverse figure) e relazioni tra grandezze diverse (per esempio perimetro e area) in situazioni concrete effettuando tentativi legati a stime e misurazioni. 		<ul style="list-style-type: none"> esplorare relazioni tra grandezze dello stesso tipo (per esempio i volumi di diversi oggetti) e relazioni tra grandezze diverse (per esempio area e volume) in situazioni significative effettuando stime e misurazioni. 	
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare perimetri e aree di figure); analizzare e tradurre situazioni della vita quotidiana in linguaggio matematico (aritmetico, algebrico, grafico, verbale ecc.), tenendo in considerazione le grandezze e le unità di misura in gioco, al fine di modellizzare la situazione. 		<ul style="list-style-type: none"> analizzare relazioni tra grandezze diverse in gioco (in particolare area e volume di figure); analizzare e tradurre situazioni in linguaggio matematico (aritmetico, algebrico, grafico, verbale ecc.), identificando le grandezze pertinenti e facendo uso di unità di misura adatte, al fine di modellizzare la situazione. 	
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> interpretare e riflettere sulla veridicità di un procedimento o un risultato, personale o altrui, ricorrendo alla stima, al calcolo, all'eventuale conversione di unità di misura o al confronto con la realtà; valutare se le unità di misura sono adeguate alla situazione proposta. 		<ul style="list-style-type: none"> interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di affermazioni, procedimenti e risultati concernenti situazioni legate a grandezze, mediante la stima, il calcolo e l'eventuale conversione di unità di misura e controllandone la coerenza con le condizioni del problema; valutare se le unità di misura e gli ordini di grandezza sono sensati e adeguati alla situazione. 	
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> presentare e descrivere dei procedimenti risolutivi in modo comprensibile agli altri, tenendo in considerazione le caratteristiche delle grandezze in gioco; argomentare facendo capo a grandezze e unità di misure per sostenere le proprie tesi relative a una situazione; comprendere procedimenti risolutivi proposti da altri relativi a situazioni che coinvolgono grandezze e saperne valutare la correttezza e l'efficacia. 		<ul style="list-style-type: none"> descrivere e giustificare procedimenti risolutivi di situazioni che coinvolgono grandezze per mezzo di diversi registri di rappresentazione semiotica e di misure appropriate; prelevare in modo pertinente e presentare in modo comprensibile e utilizzabile da altri, misure adeguate da testi, schizzi, disegni, mappe, tabelle, diagrammi o situazioni reali; argomentare utilizzando grandezze e misure in modo pertinente per sostenere le proprie tesi; comprendere e valutare la correttezza e l'efficacia di procedimenti risolutivi o argomentazioni proposti da altri relativi a situazioni che coinvolgono grandezze. 	

Commento

Nel 1° ciclo la descrizione di proprietà o grandezze riferite a oggetti e fenomeni reali viene effettuata inizialmente in modo percettivo e sensoriale e può essere realizzata tramite l'uso del linguaggio parlato: momento del "confronto qualitativo" (più alto/più basso; più lungo/più corto; più esteso/meno esteso ecc.) o tramite una misurazione, che diventa un "confronto quantitativo".

Il passaggio dalla prima modalità alla seconda avviene quando si presenta la necessità di **descrivere con una certa precisione "l'intensità" di un fenomeno o una caratteristica di un oggetto.**

Per rendere assolute le considerazioni fatte nel primo tipo di descrizione occorre confrontare l'oggetto considerato con uno o più campioni; tale confronto può avvenire in modo diretto, paragonando gli oggetti tra loro o, se ciò non è possibile, nasce la necessità di usare un oggetto di confronto.

Se l'uso di vari oggetti risulta complicato, si passa dal confronto alla misurazione. Si stabilisce una prima corrispondenza fra oggetti e numeri usando un'unità di misura arbitraria per passare poi ad altre convenzionali del sistema di unità di misura internazionale. È inoltre importante **allenare l'occhio alla stima quantitativa, basata sul vissuto personale degli allievi formatosi da precedenti esperienze di misurazioni.**

Nel 2° ciclo il rapporto tra l'ambito "Grandezze e misure" e il mondo fisico rimane molto stretto. La descrizione di proprietà o grandezze riferite a oggetti e fenomeni reali viene effettuata in modo percettivo e sensoriale prima di passare a situazioni ideali, per mezzo di confronti sia qualitativi sia quantitativi, che portano al concetto di misura di una grandezza.

Nel 3° ciclo, come per gli altri ambiti, vengono approfondite queste competenze in modo sempre più critico e profondo.

In entrambi i cicli si persegue un discorso di **chiarezza sulla differenza esistente fra un oggetto (fisico o geometrico) e il concetto matematico di grandezza corrispondente, distinguendoli a loro volta dal concetto matematico di misura di una grandezza.**

Un segmento, un contorno, un angolo, una superficie, una parte di spazio, un sacco di mele, ecc. sono altra cosa rispetto alle grandezze corrispondenti: lunghezza, perimetro, ampiezza, area, volume, massa e valore ecc.. In quest'ottica è opportuno tener presente quei casi in cui la lingua comune è fonte di ambiguità, quando si tratta ad esempio di **distinguere un ente geometrico dalla grandezza corrispondente oppure una grandezza dalla sua misura rispetto a una determinata unità di misura.** In questi casi occorre sviluppare la sensibilità necessaria a distinguere se si sta considerando l'una o l'altra cosa.

L'attività di misurazione delle grandezze previste, fondata su situazioni significative proposte in vari contesti, è molto importante, soprattutto per matematizzare e modellizzare la realtà. **L'esecuzione di misurazioni dirette o indirette porta l'allievo a stabilire corrispondenze fra oggetti del mondo reale e numeri mediate da unità di misura, consentendo di effettuare confronti tra oggetti e permettendo di scoprire che una stessa grandezza può avere più misure, diverse a seconda dell'unità scelta.** Ciò permette all'allievo di acquisire anche quel vissuto di esperienze indispensabili a cui riferirsi nel momento in cui sarà chiamato a fare una stima dell'ordine di grandezza della proprietà di un elemento o di un fenomeno del reale.

Per quanto concerne in particolare il perimetro e l'area di poligoni o l'area e il volume di solidi scomponibili in parallelepipedi rettangoli, l'aspetto del calcolo è fondato sulla costruzione di formule giustificate attraverso attività, possibilmente di laboratorio, che mettono in evidenza proprietà delle figure, evitando il processo di pura memorizzazione e mobilitazione di formule preconfezionate per ogni caso particolare. In tale contesto è opportuno anche dare rilievo ai problemi di conservazione di queste grandezze. Per quanto concerne il calcolo con grandezze, ci si limita al calcolo con le loro misure, educando l'allievo a riflettere su quale unità di misura dovrà accompagnare il risultato per essere coerente con la grandezza considerata. La conversione da un'unità di misura a un'altra si fonda sulla conoscenza delle relazioni fondamentali fra unità di misura diverse dettate dal sistema decimale; in particolare, è opportuno introdurre i relativi prefissi mettendo in relazione i multipli e i sottomultipli della grandezza considerata con le potenze 10 , 10^2 , 10^3 , ecc. e con le frazioni $1/10$, $1/100$, $1/1000$, ecc., applicate come operatori.

FUNZIONI

	3° ciclo - 8° anno	3° ciclo - 9° anno	3° ciclo - 10° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere termini, simboli e rappresentazioni di base del linguaggio degli insiemi; riconoscere rappresentazioni di una relazione funzionale in tabelle di valori e istogrammi; riconoscere una variazione proporzionale diretta in contesti numerici e geometrici legati a situazioni reali e significative per l'allievo. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il piano cartesiano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ e la relativa terminologia (asse delle ascisse e delle ordinate, origine, coordinata); conoscere vari tipi di rappresentazione di una relazione funzionale (tabella di valori, istogramma, areogramma, sagittale, cartesiana ecc.), anche con valori interi o razionali; riconoscere una variazione proporzionale diretta in contesti numerici e geometrici legati a situazioni reali e significative per l'allievo, anche con valori interi o razionali. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il piano cartesiano e la relativa terminologia (asse delle ascisse e delle ordinate, origine, coordinata); conoscere il concetto di funzione e la relativa terminologia (in particolare argomento e immagine). conoscere le rappresentazioni grafiche relative al concetto di funzione (tabella di valori, algebrica, sagittale e cartesiana); conoscere il concetto di variazione proporzionale e riconoscere situazioni di variazione proporzionale diretta e inversa legati a situazioni significative. 	<ul style="list-style-type: none"> riconoscere funzioni reali del tipo $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto \frac{k}{x}$, $x \mapsto ax^2 + b$, $x \mapsto \sqrt{x}$, sia in forma algebrica sia grafica; riconoscere situazioni esprimibili tramite funzioni affini ($x \mapsto ax + b$) e situazioni esprimibili tramite altri tipi di funzioni; riconoscere i diversi comportamenti (crescente, decrescente, punti di minimo o massimo ecc.) di una rappresentazione grafica di una funzione al variare dell'argomento; conoscere termini, simboli e rappresentazioni di base del linguaggio dei sottoinsiemi reali (in particolare degli intervalli).
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare insiemi, sottoinsiemi, insieme intersezione e insieme unione in diverse forme (per elencazione, per caratteristica, con diagrammi di Venn), utilizzando anche la specifica simbologia; applicare i concetti di appartenenza (non appartenenza), sottoinsieme, insieme intersezione e insieme unione in situazioni significative; ricavare informazioni da rappresentazioni grafiche relative a situazioni conosciute; costruire tabelle di valori e istogrammi (anche ricorrendo a calcolatrice e foglio di calcolo) con dati significativi di una situazione concernente una relazione funzionale; eseguire calcoli di proporzionalità diretta con riduzione all'unità legate a situazioni reali e significative per l'allievo. 	<ul style="list-style-type: none"> fissare un punto sul piano cartesiano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ conoscendo le sue coordinate; viceversa, ricavare le coordinate di un punto rappresentato graficamente sul piano cartesiano $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$; leggere, costruire (anche ricorrendo a calcolatrice e foglio di calcolo) e analizzare diverse rappresentazioni grafiche (tabella di valori, istogramma, areogramma, sagittale, cartesiana ecc.) relative a situazioni conosciute. 	<ul style="list-style-type: none"> fissare un punto sul piano cartesiano conoscendo le sue coordinate; viceversa, ricavare le coordinate di un punto rappresentato graficamente sul piano cartesiano, anche in modo approssimato; applicare il concetto di funzione per determinare le immagini di argomenti dati e viceversa, sapendo utilizzare la terminologia adeguata, a partire da diverse rappresentazioni (tabelle di valori, algebrica, sagittale, cartesiana); verificare se un punto appartiene al grafico di una funzione espressa in forma algebrica; redigere una tabella di valori relativa a una semplice funzione che modella una situazione data e rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano il suo grafico; costruire grafici di funzioni utilizzando un foglio di calcolo; applicare il concetto di variazione proporzionale diretta e inversa in situazioni significative. 	<ul style="list-style-type: none"> rappresentare in un sistema di riferimento cartesiano il grafico di una o più funzioni di cui è nota la forma algebrica, anche ricorrendo alla calcolatrice e al foglio di calcolo; riconoscere i diversi comportamenti (crescente, decrescente, costante) di una rappresentazione grafica di una funzione al variare dell'argomento; rappresentare una data funzione in diversi registri semiotici (in particolare: grafica, algebrica, linguistica); risolvere graficamente (in modo approssimato) equazioni e disequazioni del tipo $f(x) = k$, $f(x) < k$, $f(x) > k$, $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$, date le rappresentazioni cartesiane di due funzioni f, g, anche con un foglio di calcolo (analogamente per i sistemi); determinare algebricamente le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di due funzioni affini che modellano una situazione data; applicare il concetto di variazione proporzionale diretta e inversa in situazioni significative; stabilire l'esistenza di legami tra due insiemi di dati, caratterizzati da regolarità di tipo funzionale, e definirne la legge corrispondente (in particolare di variazione proporzionale diretta o inversa).
Processi cognitivi				
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> esplorare situazioni funzionali reali (in particolare di proporzionalità) per individuare e verificare congetture. 		<ul style="list-style-type: none"> procedere per prove e tentativi per individuare procedimenti o soluzioni accettabili concernenti una situazione funzionale reale o astratta; esplorare situazioni funzionali reali o astratte per individuare e verificare congetture. 	
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> produrre tabelle di valori e rappresentazioni grafiche relative a situazioni familiari di proporzionalità al fine di determinare una procedura risolutiva o interpretativa della situazione proposta. 		<ul style="list-style-type: none"> analizzare e tradurre una situazione concernente relazioni di tipo funzionale assegnata in un registro semiotico adatto al contesto (in particolare tabelle di valori, forma algebrica e grafica), al fine di modellizzare la situazione e mettere a punto una procedura risolutiva; individuare in situazioni extra-matematiche i concetti funzionali basilari per la loro matematizzazione. 	
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di affermazioni, rappresentazioni, procedimenti e risultati concernenti situazioni funzionali reali, ricorrendo al calcolo o ad argomentazioni e controllandone la coerenza con le condizioni della situazione. 		<ul style="list-style-type: none"> interpretare, riflettere e verificare la pertinenza di affermazioni, rappresentazioni, procedimenti e risultati concernenti situazioni funzionali reali o astratte, espresse in diversi modi tramite diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare algebriche e grafiche) e controllandone la coerenza con le condizioni della situazione. 	

FUNZIONI

Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> • comunicare il procedimento risolutivo di una situazione concernente semplici relazioni di tipo funzionale (in particolare di proporzionalità); • proporre argomentazioni pertinenti per sostenere le proprie tesi in ambito funzionale; • giustificare procedimenti o risultati concernenti situazioni funzionali facendo capo a diverse rappresentazioni semiotiche (in particolare tabelle di valori, calcoli o spiegazioni verbali); • comprendere comunicazioni e argomentazioni altrui in ambito funzionale. 	<ul style="list-style-type: none"> • descrivere, in maniera comprensibile e utilizzabile da altri, informazioni, procedimenti e risultati concernenti relazioni di tipo funzionale presenti in testi, tabelle di valori, rappresentazioni grafiche o altri tipi di rappresentazione; • argomentare e giustificare affermazioni, procedimenti o soluzioni concernenti situazioni funzionali per mezzo di diverse rappresentazioni (in particolare descrizioni verbali, tabelle di valori, grafici o calcoli); • comprendere e valutare la correttezza e l'efficacia di procedimenti risolutivi o argomentazioni proposti da altri relativi a situazioni funzionali.
---------------------------------	--	---

Commento

Come già anticipato l'ambito "Funzioni" è presente in forma esplicita solo a partire dall'inizio del 3° ciclo. Attività preparatorie e di sensibilizzazione sono tuttavia già presenti nei cicli precedenti tramite un uso intuitivo del concetto di insieme e l'individuazione e interpretazione di relazioni fra insiemi legate alla realtà dell'allievo.

Il linguaggio degli insiemi viene affrontato e sistemato in questo ambito e viene concepito come strumento trasversale utile ed efficace solo quando permette di chiarire e semplificare la comunicazione, di favorire la comprensione di concetti o di matematizzare talune situazioni.

Il concetto di funzione viene progressivamente sistemato in questo ciclo lavorando prevalentemente su **situazioni concernenti relazioni funzionali fra insiemi di numeri o di grandezze, espresse mediante diversi registri** (in particolare linguistico, grafico e algebrico) e ponendo l'accento sul tipo di "legame" esistente fra gli elementi in gioco. **Viene istituzionalizzato nel 10° anno con l'introduzione del registro simbolico. Per affrontare lo studio delle funzioni diventa cruciale il concetto di variabile e di variazione.** È quindi importante che gli studenti sviluppino una profonda **comprensione dei modi in cui le variazioni di quantità possano essere rappresentate matematicamente.** I primi contatti possono avvenire sotto forma di tabelle (coppie di numeri legati tra loro) o di rappresentazioni grafiche (tabelle a doppia entrata, istogrammi, ma soprattutto diagrammi cartesiani), per poi passare progressivamente a forme più raffinate e simboliche. Va poi sollecitato l'allievo a **passare da una rappresentazione di una situazione funzionale espressa in un particolare registro semiotico a un'altra**, favorendo una forte connessione fra il grafico di una funzione, l'interpretazione dell'andamento, il collegamento di questo con l'espressione algebrica della funzione, gli aspetti numerici e l'analisi di momenti particolari di questo andamento. Va sottolineata l'importanza della considerazione dei fenomeni a livello qualitativo, che devono diventare un'abitudine mentale degli alunni, per non far diventare meccaniche le tecniche oggetto di applicazione, ma frutto di riflessione sui significati nei diversi contesti proposti. L'intento è di **sviluppare negli allievi un "pensiero funzionale" che porta a riconoscere e utilizzare vari registri interpretativi di una stessa situazione.**

L'impiego di funzioni nella risoluzione di problemi è un aspetto che ha notevole importanza per modellizzare situazioni di vita reale e può essere affrontato anche mediante l'uso di software adeguati, in particolare un foglio di calcolo.

PROBABILITÀ E STATISTICA				
	3° ciclo - 8° anno	3° ciclo - 9° anno	3° ciclo - 10° anno	3° ciclo - 11° anno
Risorse cognitive				
Sapere e riconoscere	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il significato dei principali termini riferiti a una situazione di incertezza (dati, insiemi di dati, evento, certo, possibile e impossibile); conoscere la media aritmetica e la frequenza assoluta riferite a un insieme di dati; riconoscere una tabella e un istogramma come rappresentazione di un insieme di dati. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere il concetto della probabilità classica; conoscere la frazione e la percentuale come misure della probabilità di un evento; conoscere il significato del termine equiprobabile riferito a situazioni di incertezza; conoscere la frequenza relativa riferita a un insieme di dati; conoscere la frazione e la percentuale come misure della frequenza relativa; riconoscere un areogramma come rappresentazione di un insieme di dati. 	<ul style="list-style-type: none"> conoscere la moda e la mediana riferite a un insieme di dati. 	
Eseguire e applicare	<ul style="list-style-type: none"> elenare tutti i casi possibili di una semplice prova aleatoria (esiti) legata al vissuto degli allievi; rilevare e selezionare dati relativi a contesti reali da tabelle e istogrammi; calcolare la media aritmetica e la frequenza assoluta in situazioni reali, anche ricorrendo a calcolatrice. 	<ul style="list-style-type: none"> determinare la probabilità di un evento espressa in forma frazionaria; confrontare le probabilità di eventi diversi espresse in forma frazionaria o percentuale; determinare la media aritmetica, la frequenza assoluta e la frequenza relativa in situazioni significative, anche ricorrendo a calcolatrice o foglio di calcolo; rilevare e selezionare dati relativi a contesti reali da areogrammi; rappresentare dati relativi a contesti reali mediante tabelle e istogrammi. 	<ul style="list-style-type: none"> determinare l'insieme dei casi possibili e quello dei casi favorevoli di una prova aleatoria familiare, mediante tentativi o per elencazione sistematica (sequenze ordinate, tabelle, diagrammi ad albero); calcolare la moda e la mediana di un insieme di dati; stabilire in situazioni reali quale valore tra media, moda e mediana può rappresentare convenientemente un insieme di dati; rappresentare dati relativi a contesti reali mediante areogrammi; utilizzare un foglio di calcolo per elaborare dati. 	<ul style="list-style-type: none"> applicare il concetto di probabilità classica o empirica, al fine di determinare la probabilità di un evento; individuare, ordinare e trattare dati pertinenti di una situazione e costruire una rappresentazione adeguata a partire da insieme di dati esistenti, anche ricorrendo a un foglio di calcolo.
Processi cognitivi				
Esplorare e provare	<ul style="list-style-type: none"> esplorare semplici situazioni aleatorie con lo scopo di fare congetture o elencare casi possibili. 		<ul style="list-style-type: none"> esplorare situazioni aleatorie con lo scopo di fare congetture, elencare casi possibili e favorevoli, e determinare la probabilità di un evento. 	
Matematizzare e modellizzare	<ul style="list-style-type: none"> analizzare e ricondurre una semplice situazione concernente un insieme di dati legati ad un contesto reale, a tabelle di valori e a rappresentazioni grafiche che permettano di interpretare criticamente la situazione; analizzare e ricondurre situazioni familiari di incertezza a liste di esiti presentate in varie forme (in particolare elenchi, tabelle e altre rappresentazioni grafiche), al fine di prendere decisioni motivate. 		<ul style="list-style-type: none"> analizzare e ricondurre una situazione di vita quotidiana a un insieme di dati da ordinare e elaborare statisticamente, al fine di interpretare criticamente la situazione; analizzare e tradurre problemi combinatori di vita reale in procedure di conteggio sistematico o in rappresentazioni o elenchi di risultati, al fine di determinare un processo risolutivo; analizzare e tradurre situazioni familiari di incertezza nel linguaggio probabilistico, al fine di interpretare criticamente e di prendere decisioni motivate. 	
Interpretare e riflettere sui risultati	<ul style="list-style-type: none"> esaminare se le rappresentazioni personali o scelte da altri sono utilizzate correttamente e illustrano efficacemente un elenco di dati o una situazione aleatoria. 		<ul style="list-style-type: none"> analizzare in modo critico delle rappresentazioni, affermazioni o delle decisioni personali o altrui fondate su un elenco di dati o sulla probabilità; riconoscere se un ragionamento proprio o altrui è stato prodotto tramite un approccio statistico o probabilistico e valutarne la correttezza e l'efficacia. 	
Comunicare e argomentare	<ul style="list-style-type: none"> prelevare in modo pertinente informazioni da dati presenti in testi, tabelle e diagrammi relativi a situazioni familiari e presentarli in modo comprensibile e utilizzabile da altri; presentare procedimenti risolutivi di situazioni fondate su un elenco di dati o su una situazione aleatoria e comprendere le presentazioni altrui; giustificare affermazioni personali o altrui basate su insiemi di dati, diagrammi, tabelle, liste di esiti, facendo capo al confronto di numeri o di grandezze. 		<ul style="list-style-type: none"> prelevare in modo pertinente informazioni da dati presenti in testi, tabelle, diagrammi e presentarli in modo comprensibile e utilizzabile da altri; argomentare procedimenti risolutivi di situazioni fondate su un elenco di dati o sulla probabilità e comprendere le presentazioni altrui; giustificare affermazioni personali o altrui basate su insiemi di dati concernenti la probabilità di eventi facendo capo a dei calcoli e a delle rappresentazioni di natura sia probabilistica sia statistica. 	

Commento

Come già anticipato **questo ambito, concernente i due nuclei tematici legati all'elaborazione matematica di dati statistici e all'educazione al pensiero probabilistico, è presente in forma esplicita solo a partire dall'inizio del 3° ciclo.** Attività di sensibilizzazione sono tuttavia presenti già nel 2° ciclo.

L'allievo di prima media si è già occupato in precedenza di piccole indagini e ha già vissuto esperienze concrete di natura casuale (giochi e situazioni con dadi, mazzi di carte, estrazione di oggetti ecc.) attraverso le quali ha familiarizzato con situazioni caratterizzate da incertezza e con alcuni termini propri del linguaggio probabilistico, come ad esempio “dati” e “insieme di dati”, “evento”, “certo”, “possibile”, “impossibile”, “numero di possibilità”, “poco probabile”, “equiprobabile”, “molto probabile” ecc.

Nel 3° ciclo tali esperienze vengono riprese e ampliate progressivamente per arrivare a un **consolidamento delle competenze legate all'alfabetizzazione probabilistica, tra cui anche la padronanza del linguaggio naturale e specifico utilizzato per descrivere situazioni di incertezza.**

La quantificazione numerica come risposta a domande legate a situazioni di incertezza in termini di probabilità è prevista solo a partire dai primi due anni di scuola media, quando si lavora sul concetto di frazione anche nella sua accezione di frequenza relativa e di probabilità (rapporto fra numero di casi favorevoli e numero di casi possibili).

L'obiettivo, in questo ciclo, è di favorire da un lato la **costruzione delle prime risorse necessarie per organizzare e rappresentare insiemi di dati, individuarne qualche caratteristica e trarre stimoli utili per giungere a formulare alcune congetture**, e d'altro canto a **sviluppare un'abitudine mentale a prendere in considerazione situazioni di incertezza che esigono la valutazione della probabilità di un evento e il confronto fra probabilità**, per dare senso ad affermazioni del tipo “... è più/meno probabile di ...”.

In entrambi i casi si tratta di **consolidare un bagaglio di esperienze vissute, sufficientemente ricco, su cui sviluppare ulteriori competenze in seguito**, non di affrontare da un punto di vista tecnico-assiomatico tematiche concernenti la statistica e la probabilità.

Come per gli altri ambiti è opportuno **seguire un approccio che parta da situazioni reali e famigliari all'allievo con lo scopo di analizzarle, affrontarle e modellarle in termini probabilistici e statistici.**

Considerata la peculiarità delle attività statistiche centrate sull'elaborazione di un gran numero di dati, si impone un adeguato uso di mezzi di calcolo (calcolatrice e computer).